

මධ්‍යම පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2020

ඒකක පරීක්ෂණ - 1

සංයුක්ත ගණිතය

කාලය:- පැය 1 මිනිත්තු 30

- ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු  $n \in Z^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}$  බව පෙන්වන්න.
2. සියලු  $n \in Z^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n r^3 = n^2 \frac{(n+1)^2}{4}$  බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සාධනය කරන්න.
3. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු  $n \in Z^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n 2^{r-1} = 2^n - 1$  බව පෙන්වන්න.
4. සියලු  $n \in Z^+$  සඳහා  $\sum_{r=1}^n r(2r - 1) = \frac{n(n+1)(4n-1)}{6}$  බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සාධනය කරන්න.
5. සියලු  $n \in Z^+$  සඳහා  $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{(n+1)^2}) = \frac{n+2}{2n+2}$  බව ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.
6.  $U_1 = 1$  සහ  $r \geq 1$  වන ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා සඳහා  $U_{r+1} = \frac{2u_r}{3} - \frac{1}{3}$  වේ. ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිතයෙන්  $U_n = \sum_{r=1}^n 3 \cdot \frac{2^r}{3^n} - 1$  බව සාධනය කරන්න.
7. සියලු ධන නිඛිලය  $n$  සඳහා  $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$  යන්න 17 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.
8. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු  $n \in Z^+$  සඳහා  $\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$  යන්න නිඛිලයක් බව සාධනය කරන්න.

**B කොටස**

9. (a)  $\alpha$  හා  $\beta$  යනු  $ax^2 + bx + c = 0$  හි මූල නම්  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$  හා  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$  බව පෙන්වන්න.

$x^2 + bx + c = 0$  සමීකරණයේ මූල  $\lambda$  හා  $\mu$  නම් මූලයන්  $\lambda^2$  හා  $\mu^2$  වන සමීකරණය සොයන්න  
එනමින් මූල  $\frac{1}{\lambda^2} + \mu^2$  හා  $\frac{1}{\mu^2} + \lambda^2$  වන සමීකරණය අපෝහනය කරන්න.

(b) ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$f(x) = 3x^3 + Px^2 - 4x + Q$  යයි සිතමු. මෙහි P හා Q නියත වේ.  $(3x + 2), f(x)$  හි සාධකයක් යයිද  $f(x), (x + 1)$  න් බෙදවිට ශේෂය 2 යයිද දී ඇත.

(i) P හා Q හි අගයන් සොයන්න.

(ii)  $f(x)$ , ඒකජ සාධක වල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

10. (a) (i)  $\alpha$  හා  $\beta$  යනු  $x^2 - bx + c = 0$  හි මූල සහ  $S_n = \alpha^n + \beta^n$  නම්,

$S_{n+1} = b S_n - c S_{n-1}$  පෙන්වා එනමින්  $\alpha^4 + \beta^4$  හි අගය සොයන්න.

(ii)  $(x^2 + x + 1)k - x^2 + x - 1 = 0$  සමීකරණයේ මූල තාත්වික නම් k හි අගය පරාසය සොයන්න.

සමීකරණයේ මූල  $\alpha$  හා  $\beta$  නම්, මූලවල ඓක්‍යය සහ ගුණිතය නොසොයා මූල  $\alpha + 2$  හා  $\beta + 2$  වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(b) (i)  $(x + 1)$  යනු  $x^4 + (p - 3)x^3 - (3p - 5)x^2 + (2p - 9)x + 6$  යන බහුපදයේ සාධකයක් නම්, p හි අගය සොයන්න.

(ii)  $f(x)$  බහුපදය  $(x - a)^2$  න් බෙදවිට ශේෂය  $(x - a)f'(a) + f(a)$  බව පෙන්වන්න.

මෙහි  $f'(x) = \frac{d}{dx} f(x)$  වේ. එනමින්  $4x^3 + 2x^2 - 5x - 1$  බහුපදය  $(x + 2)^2$  න් බෙදවිට ශේෂය සොයන්න.

(iii)  $x$  හි සියලු තාත්වික අගයන් සඳහා  $x^2 + ax + 1 < 3(x^2 + x + 1)$  යන අසමානතාවය තෘප්ත කරන  $a$  හි අගයන් සොයන්න.

